

Domingo, 11 de abril, 2021

Problema 1. O número 2021 é *fantabuloso*. Se qualquer elemento do conjunto $\{m, 2m + 1, 3m\}$ é *fantabuloso* para m inteiro positivo, então todos os elementos desse conjunto são *fantabulosos*. Com base nisso, podemos afirmar que 2021^{2021} é *fantabuloso*?

Problema 2. Encontre todas as funções $f: \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q}$ tais que a equação

$$f(xf(x) + y) = f(y) + x^2$$

vale para todos x e y racionais.

Aqui, \mathbb{Q} denota o conjunto dos números racionais.

Problema 3. Seja ABC um triângulo obtuso no vértice A . Sejam E e F as intersecções da bissetriz externa do ângulo relativo ao vértice A com as alturas do ΔABC por B e C respectivamente. Sejam M e N pontos nos segmentos EC e FB , respectivamente, tais que $\angle EMA = \angle BCA$ e $\angle ANF = \angle ABC$. Prove que os pontos E, F, N, M estão em uma mesma circunferência.

Language: Portuguese

Tempo: 4 horas e 30 minutos
Cada problema vale 7 pontos

Para tornar esta uma competição justa e agradável para todos, por favor não mencione ou se refira aos problemas na internet ou em redes sociais até terça-feira 13 de abril, 12:00 UTC (09:00 no horário de Brasília).