

Sábado, 27 de março de 2021

Problema 04. Encontre todos os inteiros positivos n para os quais existe um inteiro positivo k tal que para todo divisor positivo d de n , o número $d - k$ é também um divisor (não necessariamente positivo) de n .

Problema 05. Em um triângulo agudo $\triangle ABC$, AH é altura e AM é mediana. Os pontos X e Y estão respectivamente nas retas AB e AC tais que $AX = XC$ e $AY = YB$. Prove que o ponto médio de XY é equidistante aos pontos H e M .

Problema 06. Encontre todas as soluções reais $(a_1, a_2, \dots, a_{2021})$ tais que:

$$\begin{aligned}a_1^2 + a_1 - 1 &= a_2 \\a_2^2 + a_2 - 1 &= a_3 \\&\vdots \\a_{2021}^2 + a_{2021} - 1 &= a_1\end{aligned}$$

Tempo: 4 horas e 30 minutos
Cada problema vale 7 pontos