

Quarta-feira, 31 de março de 2021

Problema 07. Seja p um primo e a um inteiro não divisível por p . Calcule, em função de p , o número de ternas de inteiros (x, y, z) , com $0 \leq x, y, z \leq p-1$, tais que p divide $(x + y + z)^2 - axyz$.

Problema 08. Seja $ABCD$ um quadrilátero convexo e M um ponto interior a $ABCD$ de forma que $ABMD$ é um paralelogramo, nesta ordem. Se $\angle ACD = \angle MCB$, prove que $\angle CBM = \angle CDM$.

Problema 09. Fixe um inteiro $n \geq 2$. Uma peça de xadrez fantasia chamada *leopardo* pode se mover uma casa para cima, uma casa para a direita, ou uma casa diagonalmente para baixo e para a esquerda. Ou seja, na figura abaixo, o leopardo pode ir da casa 5 para as casas 2, 6 ou 7.

1	2	3
4	5	6
7	8	9

Um leopardo é colocado em alguma casa de um tabuleiro $3n \times 3n$. O leopardo faz diversos movimentos, sem visitar nenhuma casa mais de uma vez, e volta para a casa inicial. Determine o maior número possível de movimentos que o leopardo pode ter feito, em função de n .

Tempo: 4 horas e 30 minutos
Cada problema vale 7 pontos